

Probabilitas = Peluang (Bagian I)

1. Pendahuluan

- Percobaan : proses yang menghasilkan data
- Ruang Contoh (S) : himpunan yang memuat semua kemungkinan hasil percobaan

Misal :

- a. Ruang contoh percobaan pelemparan sebuah mata uang ?
S : {head, tail} atau { gambar, angka}
- b. Ruang contoh pelemparan dadu
S : {1, 2, 3, 4, 5, 6 }

- Kejadian = Event : himpunan bagian dari ruang contoh

Misal : Dari sekumpulan 52 kartu bridge S : { sekop, klaver, hati, wajik },
kita hanya tertarik pada *kejadian* A munculnya kartu yang berwarna merah.
A : {hati, wajik }

2. Pencacahan Titik Contoh

Sub bab ini adalah mengenai perhitungan banyaknya anggota ruang contoh.

2.1 Kaidah Penggandaan

Kaidah Penggandaan:

Jika operasi ke-1 dapat dilakukan dalam n_1 cara
operasi ke-2 dapat dilakukan dalam n_2 cara
:
:
operasi ke-k dapat dilakukan dalam n_k cara

maka k operasi dalam urutan tersebut dapat dilakukan dalam $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$ cara

Contoh 1 :

Sebuah rumah makan akan membuat paket menu yang terdiri dari : sup, salad, steak dan es krim. Bila rumah makan tersebut mempunyai 4 jenis sup, 2 jenis salad, 5 jenis steak dan 3 jenis es krim. Berapa paket menu yang dapat dibuat?

Banyak paket menu = $4 \times 2 \times 5 \times 3 = 120$ paket menu

Contoh 2 :

Berapa banyak bilangan 4 digit yang dapat dibentuk dari angka 0, 2, 3 dan 5

Comment [s1s1]: Page: 1

- a. jika semua angka boleh berulang?
 $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$
- b. jika angka tidak boleh berulang?
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
- c. jika angka tidak boleh berulang dan merupakan kelipatan 2?
 $3 \times 2 \times 1 \times 2 = 12$
- d. dst

2.2. Permutasi

Permutasi sejumlah obyek adalah penyusunan obyek tersebut dalam suatu urutan tertentu.

Dalam permutasi urutan diperhatikan!

Misal :

Dari huruf A, B, C → permutasi yang mungkin adalah: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB dan CBA. Perhatikan ke-enam susunan ini semua dianggap berbeda!

Dalil-1 Permutasi :
Banyaknya Permutasi n benda yang berbeda adalah n!

Konsep Bilangan Faktorial

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6, \text{ dst}$$

$$100! = 100 \times 99!$$

$$100! = 100 \times 99 \times 98!, \text{ dst}$$

Contoh 3 :

Berapa cara menyusun bola lampu merah, biru, kuning dan hijau ?

Terdapat 4 objek berbeda : merah, kuning, biru dan hijau → $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Dalil-2 Permutasi :
Banyaknya permutasi r benda dari n benda yang berbeda adalah :

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Perhatikan dalam contoh-contoh ini urutan obyek sangat diperhatikan!

Contoh 4 :

Dari 40 nomor rekening akan diundi 3 untuk memenangkan hadiah. Undian urutan pertama akan memperoleh uang tunai \$1000, undian urutan kedua memperoleh paket wisata dan undian urutan ketiga memperoleh sebuah sedan. Berapa banyaknya susunan pemenang yang mungkin terbentuk jika satu nomor rekening hanya berhak atas satu hadiah?

$${}_{40} P_3 = \frac{40!}{(40-3)!} = \frac{40!}{37!} = \frac{40 \times 39 \times 38 \times 37!}{37!} = 59280$$

Dalil-3 Permutasi :

Banyaknya permutasi n benda yang disusun dalam suatu lingkaran adalah (n-1)!

Contoh 5:

Enam orang bermain bridge dalam susunan melingkar. Berapa susunan yang mungkin dibentuk? n = 6 maka permutasi melingkar = (6-1)! = 5! = 5 × 4 × 3 × 2 × 1 = 120

Sampai dalil ke-3, kita telah membahas permutasi untuk benda-benda yang berbeda. Perhatikan permutasi ABC, terdapat 3 objek yang jelas berbeda.

Bagaimana jika kita harus berhadapan dengan $A_1 A_2 B_1 B_2 C_1 C_2$ dan $A_1 = A_2 = A$ dan $B_1 = B_2 = B$ dan $C_1 = C_2 = C$?

Dalil-4 Permutasi :

| | | | |
|--|----------------|---------|-----------------|
| Banyaknya permutasi untuk sejumlah n benda | | | |
| di mana | jenis/kelompok | pertama | berjumlah n_1 |
| | jenis/kelompok | kedua | berjumlah n_2 |
| | : | | : |
| | : | | : |
| | jenis/kelompok | ke-k | berjumlah n_k |

adalah :
$$\frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_k!}$$

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$$

Contoh 6 :

Berapa permutasi dari kata STATISTIKA? S = 2; T = 3; A = 2; I = 2; K = 1

$$\text{Permutasi} = \frac{10!}{2!3!2!2!1!} = 75600$$

Contoh 7 :

Dari 7 orang mahasiswa akan dilakukan pemisahan kelas. 3 orang masuk ke kelas pertama, 2 orang masuk ke kelas kedua dan 2 orang masuk ke kelas ketiga.

$$\text{Ada berapa cara pemisahan? } \frac{7!}{3!2!2!} = 210$$

2.3 Kombinasi

Kombinasi r obyek yang dipilih dari n obyek adalah susunan r obyek tanpa memperhatikan urutan.

Misalkan : Kombinasi 2 dari 3 obyek A, B dan C adalah

1. A dan B = B dan A
2. A dan C = C dan A
3. B dan C = C dan B

Dalil-1 Kombinasi

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

maka : Pemilihan 2 dari 3 obyek adalah : $C_2^3 = \frac{3!}{2!1!} = 3$

2.4 Kaidah Pengandaan & Kombinasi

Dalam banyak soal pengandaan dan kombinasi seringkali digunakan bersama-sama.

Contoh 8 :

Manajer SDM mengajukan 10 calon manajer yang berkualifikasi sama, 5 calon berasal dari Kantor Pusat, 3 calon dari Kantor cabang dan 2 dari Program Pelatihan manajer. Berapa cara Manajer SDM dapat memilih 6 manajer baru dengan ketentuan 3 berasal dari Kantor Pusat, 2 dari Kantor Cabang dan 1 dari Program Pelatihan manajer?

$$\text{Pemilihan 3 dari 5 calon dari Kantor Pusat} = C_3^5 = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

$$\text{Pemilihan 2 dari 3 calon dari Kantor Cabang} = C_2^3 = \frac{3!}{2!1!} = 3$$

$$\text{Pemilihan 1 dari 2 calon dari Program Pelatihan} = C_1^2 = \frac{2!}{1!1!} = 2$$

$$\text{Pemilihan Manajer} = 10 \times 3 \times 2 = 60 \text{ cara}$$

(Bersambung ke Probabilitas Bagian II)