

Ukuran Statistik (Bagian III)

2.4 Rata-Rata Tertimbang (*Weighted Mean*)

Dalam beberapa kasus setiap nilai diberi beban, misalnya : pada kasus perhitungan Indeks Prestasi, Nilai Penjualan Barang, dll

$$\bar{x}_B = \frac{\sum_{i=1}^n B_i x_i}{\sum_{i=1}^n B_i}$$

Di mana \bar{x}_B : rata-rata tertimbang
 B_i : beban ke-i
 x_i : data ke-i
 n : banyak data

Contoh 1 :

Berikut adalah Transkrip Akademik seorang mahasiswa

Mata Kuliah	Nilai Mutu	Angka Mutu (x_i)	SKS (B_i)	$B_i x_i$
Pancasila	B	3	2	6
Teori Ekonomi	A	4	4	16
Bahasa Inggris	C	2	3	6
Pengantar Manajemen	A	4	3	12
Σ		14	12	40

$$\text{Indeks Prestasi} = \bar{x}_B = \frac{\sum_{i=1}^n B_i x_i}{\sum_{i=1}^n B_i} = \frac{40}{12} = 3.33$$

2.5 Rata-Rata Geometrik (*Geometric Mean*)

Rata-rata geometrik digunakan untuk menghitung rata-rata laju pertumbuhan (*growth rate*), misalnya : pertumbuhan penduduk, penjualan, tingkat bunga dll.

$$G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \cdots \times x_n}$$

atau

$$\log G = \frac{\log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + \cdots + \log x_n}{n}$$

ingat $G = \text{antilog}(\log G)$

Di mana G : rata-rata geometrik
 x_i : data ke-i
 n : banyak data

Contoh 2 :

Data pertumbuhan suku bunga dalam 5 hari kerja :

1.5 2.3 3.4 1.2 2.5 %

$$\begin{aligned} G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \cdots \times x_n} &= \log G = \frac{\log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + \log x_4 + \log x_5}{5} \\ &= \frac{\log 1.5 + \log 2.3 + \log 3.4 + \log 1.2 + \log 2.5}{5} \\ &= \frac{0.176... + 0.361... + 0.531... + 0.079... + 0.397...}{5} \\ &= \frac{1.5464...}{5} = 0.30928... \end{aligned}$$

$G = \text{antilog } 0.30928... = 2.03837...$

Bandingkan dengan rata-rata hitung

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1.5 + 2.3 + 3.4 + 1.2 + 2.5}{5} = \frac{10.9}{5} = 2.18$$

3. Ukuran Penyebaran

3.1 Ragam = Varians (Variance) dan Simpangan Baku = Standar Deviasi (Standard Deviation)

a. Ragam dan Simpangan Baku untuk Ungrouped Data

POPULASI :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$$

atau

$$\sigma^2 = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2}{N^2}$$

dan

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

SAMPEL :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

atau

$$s^2 = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n(n - 1)}$$

dan

$$s = \sqrt{s^2}$$

x_i : data ke-i

μ : rata-rata populasi

σ^2 : ragam populasi

σ : simpangan baku populasi

N : ukuran populasi

\bar{x} : rata-rata sampel

s^2 : ragam sampel

s : simpangan baku sampel

n : ukuran sampel

Contoh 3 :

Data Usia 5 mahasiswa : 18 19 20 21 22 tahun

- a. Hitunglah μ , σ^2 dan σ (anggap data sebagai data populasi)
 b. Hitunglah \bar{x} , s^2 dan s (data adalah data sampel)

Jawab :

	x_i	μ atau \bar{x}	$(x_i - \mu)$ atau $(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \mu)^2$ atau $(x_i - \bar{x})^2$	x_i^2
	18	20	-2	4	324
	19	20	-1	1	361
	20	20	0	0	400
	21	20	1	1	441
	22	20	2	4	484
Σ	100	-----	-----	10	2010

POPULASI :

$$N = 5 \qquad \mu = \frac{100}{5} = 20$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\sigma^2 = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2}{N^2} = \frac{(5 \times 2010) - 100^2}{5^2} = \frac{10050 - 10000}{25} = \frac{50}{25} = 2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2} = 1.414\dots$$

SAMPEL :

$$n = 5 \qquad \bar{x} = \frac{100}{5} = 20$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{10}{4} = 2.5$$

$$s^2 = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n(n - 1)} = \frac{(5 \times 2010) - 100^2}{5 \times 4} = \frac{10050 - 10000}{20} = \frac{50}{20} = 2.5$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2.5} = 1.581\dots$$

b. Ragam dan Simpangan Baku untuk Grouped Data

POPULASI :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i \times (x_i - \mu)^2}{N}$$

dan

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

SAMPEL :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i \times (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

dan

$$s = \sqrt{s^2}$$

x_i : Titik Tengah Kelas ke-i
 k : banyak kelas
 μ : rata-rata populasi
 σ^2 : ragam populasi
 σ : simpangan baku populasi
 N : ukuran populasi

f_i : frekuensi kelas ke-i
 \bar{x} : rata-rata sampel
 s^2 : ragam sampel
 s : simpangan baku sampel
 n : ukuran sampel

Contoh 4 :

$$\text{Rata -Rata } (\mu \text{ atau } \bar{x}) = \frac{1679}{50} = 33.58 \text{ (dari catatan terdahulu)}$$

Kelas	TTK x_i	Frek f_i	$f_i x_i$	μ atau \bar{x}	$(x_i - \mu)$ atau $(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \mu)^2$ atau $(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \mu)^2$ atau $f_i (x_i - \bar{x})^2$
16 - 23	19.5	10	195	33.58	-14.08	198.2464	1982.4640

24 - 31	27.5	17	467.5	33.58	-6.08	36.9664	628.4288
32 - 39	35.5	7	248.5	33.58	1.92	3.6864	25.8048
40 - 47	43.5	10	435	33.58	9.92	98.4064	984.0640
48 - 55	51.5	3	154.5	33.58	17.92	321.1264	963.3792
56 - 63	59.5	3	178.5	33.58	25.92	671.8464	2015.5392
Σ	-----	50	1679	----	-----	-----	6599.68

POPULASI : $N = 50$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i \times (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{6599.68}{50} = 131.9936$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{131.9936} = 11.4888....$$

SAMPEL :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i \times (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{6599.68}{49} = 134.6873....$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{134.6873...} = 11.6054....$$

3.2 Koefisien Ragam

Koefisien Ragam = Koefisien Varians

Semakin besar nilai Koefisien Ragam maka data semakin bervariasi, keragamannya data makin tinggi.

$$\text{Untuk Populasi} \quad \rightarrow \quad \text{Koefisien Ragam} \quad = \quad \frac{\sigma}{\mu} \times 100\%$$

$$\text{Untuk Sampel} \quad \rightarrow \quad \text{Koefisien Ragam} \quad = \quad \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

Contoh :

$$\bar{x} = 33.58 \quad s = 11.6054$$

$$\text{Koefisien Ragam} = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{11.6054}{33.58} \times 100\% = 34.56 \%$$

3.3 Angka Baku (z-score)

- Angka baku adalah ukuran penyimpangan data dari rata-rata populasi .
- z dapat bernilai nol (0), positif (+) atau negatif (-)
- z nol → data bernilai sama dengan rata-rata populasi
- z positif → data bernilai di atas rata-rata populasi
- z negatif → data bernilai di bawah rata-rata populasi

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

z : Angka baku
 μ : rata-rata populasi

x : nilai data
 σ : simpangan baku populasi

Contoh 5 :

Rata-rata kecepatan lari atlet nasional = 20 km/jam dengan simpangan baku = 2.5 km

Hitung angka baku untuk kecepatan lari :

- a. Ali = 25 km/jam b. Didi = 18 km/jam

Jawab : a. $z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{25 - 20}{2.5} = \frac{5}{2.5} = 2$

b. $z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{18 - 20}{2.5} = \frac{-2}{2.5} = -0.8$

☞ selesai ☞